बड़ा लेख - विषय 4: गणित के शिक्षक की तैयारी और सेवाकालीन शिक्षा

गणित कक्षा में खोए अवसर: आइ०सी०टी० प्रयोग से उभरते मौके और चुनौतियाँ

सौरभ ठाकुर, डा० अरिन्दम बोस, डा० रूचि कुमार

टाटा सामाजिक विज्ञान संसथान, मुंबई

हम उच्च विद्यालय के ज्यामिति पाठों से तीन उदाहरण प्रस्तुत करते हैं जहाँ शिक्षक का सामना आकस्मिक स्थितियों (रोलैंड और ज़ैज़किस, 2013, पृ. 137) से होता है| हम इन स्थितियों में से प्रत्येक में शिक्षक की प्रतिक्रिया का विश्लेषण करने के लिए एक रूपरेखा का प्रस्ताव करते हैं ताकि लिये गये और छूटे हुए अवसरों को समझा जा सके। फिर, इन स्थितियों को विश्लेषित करते हुए संभावित अन्वेषणों पर गणितीय जाँच की प्रक्रिया के अनुरूप एक नजरिया पेश करेंगे| इस रूपरेखा का उद्देश्य शिक्षकों को उनके शिक्षण अधिगम प्रक्रियाओं पर चिंतन करने और उनके पेशेवर विकास में मदद करने के लिए अंतर्दृष्टि प्रदान करना है।

परिचय

ज़मीनी स्तर पर देखें, तो अमूमन कम ही विद्यालयों में गणित शिक्षण की ऐसी प्रणाली देखने को मिलती है जो राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा, 2005 के गणित शिक्षण पर आधारपत्र, 2006 में उल्लेखित सिद्धांतों जैसे - समस्या समाधान, गणितीय प्रक्रियाओं का समावेशन, गणितीय सम्प्रेषण इत्यादि को विद्यार्थियों में विकसित करने की अनुकूल परिस्थिति मुहैया करा सके| अपर्याप्त सेवापूर्व प्रशिक्षण, विस्तृत पाठ्यक्रम को निश्चित अवधि में पूरा करने की बाध्यता, प्रशासनिक कार्य करने की अपेक्षाएं, भौतिक शिक्षण-अधिगम संसाधनों की कमी, समुदाय की निराशाजनक रुख जैसे बहुत से कारणों का उल्लेख किया जा सकता है, जिनसे किसी शासकीय शिक्षक को प्रायः रूबरू होना पड़ता है| ऐसी स्थिति में शिक्षकों के लिये अपने कार्यों का निष्ठापूर्वक प्रतिपादन कठिन हो जाता है|

आज जहाँ गणित शिक्षण में विश्वभर के नीतिगत दस्तावेज़ तर्कमूलक और विवाद-जनक गणित शिक्षण पर बल देते हैं, ऐसे में आवश्यक है कि हम शिक्षकों की सेवारत प्रशिक्षण में ऐसे तत्वों का समावेशन कर सकें जिससे उनकी व्यावसायिक क्षमताओं का विकास हो सके| इसका उद्देश्य यह है कि जटिल कार्य-सन्दर्भों में भी शिक्षक अपनी स्वायत्तता बनाये रखते हुए नवाचारों का सार्थक सृजन और प्रयोग जारी रख सकें|

भारतीय कक्षाएँ और गणितीय जाँच

सार्वजनिक स्कूली व्यवस्था में भारतीय कक्षाएं आमतौर पर बड़े होते हैं। 50 से अधिक विद्यार्थियों की औसत संख्या के साथ, शिक्षकों के लिए विद्यार्थियों की विविध प्रतिक्रियाओं को संबोधित कर पाना अक्सर मुश्किल होता है। हालाँकि, यदि शिक्षक विद्यार्थियों के उप-समूहों के कम से कम कुछ प्रतिनिधि प्रतिक्रियाओं को चुनकर उनकी सोच को उद्धृत नहीं करते हैं, तो इस तरह के अभ्यास से सार्थक अधिगम होना कठिन मालूम पड़ता है| खोए हुए अवसरों पर विमर्श, पाठ नियोजन की विपरीत दिशा को सम्बोधित करने का प्रयास करता है (रोलांड और ज़ज़किस, 2013, पृ० 193) - ऐसी परिस्थितियाँ जो अनियोजित हैं और शिक्षक द्वारा आशुरचना (improvisation) की मांग करता है। आम तौर पर 'आकस्मिक' स्थितियाँ कक्षा में विद्यार्थियों की प्रतिक्रियाओं से उत्पन्न होती हैं, और अपनी परिभाषा के अनुकूल, शिक्षक की लिखित या मष्तिष्क में पाठ छवि (lesson image) में उसकी कल्पना नहीं होती है|

आकस्मिक परिस्थितियाँ शिक्षकों को गणित में जाँच के तरीकों के प्रति प्रतिबद्धता प्रदर्शित करने का अवसर प्रदान करती हैं। दूसरी ओर, आकस्मिक परिस्थितियाँ "अपने विषय के ज्ञान की पर्याप्तता के बारे में अनिश्चितता" (रोलैंड एवं अन्य, 2005, पृ० 263) के कारण शिक्षकों में चिंता या व्याकुलता पैदा कर सकती हैं। शोध से पता चलता है कि शिक्षकों की बेहतर बुनियादी (foundation), प्रपांतरण (transformation) और संयोजन (connection) (रोवलैंड एवं अन्य, 2005, पृ० 263) ज्ञान और अनुभवों से, आकस्मिक (contingent) स्थितियों में गणितीय जांच की प्रक्रिया को अपनाने की अधिक संभावनाएं हैं| रॉलैंड ने आकस्मिक स्थितियों पर प्रतिक्रिया करने के लिए दो पहलुओं की पहचान की - बच्चों के विचारों पर प्रतिक्रिया देने की तत्परता, और तय किये गए एजेंडे से भटकने की तैयारी। इस पत्र में, हम छत्तीसगढ़ के धमतरी जिले की एक कक्षा 9 से तीन आकस्मिक स्थितियों की व्याख्या और विश्लेषण करेंगे। विश्लेषण का उद्देश्य शिक्षण में कमियों की पहचान करना नहीं है, बल्कि शिक्षकों को कक्षा में संभावित गणितीय अन्वेषणों के क्षितिज का विस्तार करने में मदद करना है।

इस शोध की प्रेरणा टाटा सामाजिक विज्ञान संसथान, मुंबई के तत्वाधान से भारत के चार राज्यों में चल रहे आइ०सी०टी० आधारित कार्यक्रम, कनेक्टेड लर्निंग इनिशिएटिव (CLIx) के अंतर्गत हुए अनुभवों से मिली है| उक्त अनुभव छत्तीसगढ़ राज्य के धमतरी जिले के उच्च माध्यमिक विद्यालयों में कक्षा 9 (सत्र 2018-19) में किये गये अवलोकनों पर आधारित हैं| हमने इन अवलोकनों से तीन प्रकरण लिये हैं और उन्हें विश्लेषित किया है| विश्लेषण के क्रम में आइ०सी०टी० और कक्षा में संवादात्मक अभ्यासों का प्रयोग करते हुए, सार्थक और प्रभावी अधिगम की ओर अग्रसर होने की संकल्पना की गई है|

सैद्धांतिक अभिविन्यास

आकस्मिक स्थितियों से उत्पन्न मौकों का अनुसरण करने से कई बार दिलचस्प और उपयोगी अधिगम के अवसर मिलते हैं। शिक्षकों द्वारा ऐसी स्थितियों का प्रभावशाली उपयोग करने की क्षमता, आकस्मिक स्थिति में निहित गणितीय क्षमता और गणितीय जाँच के प्रति उनकी प्रतिबद्धता का फलन है, जैसा कि लौरा और एलन बिशप (रॉलैंड और ज़ज़किस, 2013, पृ० 140) के उदाहरणों के माध्यम से बताया गया है। इस विश्लेषण के उद्देश्यों के अनुरूप रॉलैंड द्वारा प्रयुक्त रूपरेखा का विस्तार करते हुए, हम निम्नलिखित रूपरेखा के तहत इन स्थितियों में शिक्षक की प्रतिक्रियाओं का विश्लेषण करने का प्रस्ताव देते हैं:

- अवसर को कम आंका या नहीं समझा
- अवसर समझे जाने के बावजूद नजरअंदाज कर देना - सचेत निर्णय या गणितीय क्षमता की पहचान न होना
- अवसर का एहसास होना, लेकिन गणितीय क्षमता पर निर्माण करने में असमर्थता
- अवसर का एहसास होना और सफलतापूर्वक स्थिति में निहित गणितीय क्षमता पर आधारित गणितीय ज्ञान का निर्माण करना

इस विश्लेषण केसाथ-साथ कुछ कक्षा उपयुक्त अन्वेषणों के लिए विचार सुझाये जाएंगे, जो ऐसी स्थितियों में शिक्षकों द्वारा प्रयोग में लाई जा सकती हैं|

कार्यप्रणाली

कक्षा का गैर-प्रतिभागी (non-participant) अवलोकन शोधकर्ताओं द्वारा क्लिक्स (CLIx) कार्यक्रम के अंतर्गत किया गया। यह अध्ययन कक्षा 9 के विद्यार्थियों को पढ़ाए जाने वाले ज्यामितीय तर्क मॉड्यूल के पाठों पर केंद्रित है। कक्षा के पीछे बैठकर, पर्यवेक्षकों ने लगातार अपने अवलोकनों को लिखा| साथ ही साथ, कक्षा की कार्यवाहियों को ऑडियो-रिकॉर्डिंग के द्वारा त्रिकोणित किया गया है। इन कक्षा अवलोकनों से पहले और बाद में शिक्षकों के साथ उनके पाठ नियोजन और कक्षोपरांत प्रतिक्रियाओं पर बातचीत की गयी| इन अवलोकनों से आकस्मिक स्थितियों की पहचान की गई और ऊपर उल्लेखित रूपरेखा के अनुसार विश्लेषण किया गया। किसी गणितीय कथन को विशिष्ट परिस्थितियों के लिए सत्यापित करने की आगमनात्मक तर्क विधि, उसके पश्चात अवलोकनों का सामान्यीकरण करने की चेष्टा, और फिर परिणाम को निगमनात्मक तर्क द्वारा सिद्ध करना, इस पत्र में गणितीय अभ्यास में उत्कृष्टता के मानक के रूप में प्रयोग किया गया है|

कक्षा परिदृश्य

एक गणित शोधकर्ता के नज़रिये से कक्षा में चल रही बहुत-सी प्रक्रियाएं अपने मानक क्रियान्वयन से अनभिज्ञ लगती हैं - जैसे घूर्णन के सन्दर्भ में घूर्णन के अलग-अलग अक्षों को चुनने का प्रभाव, बच्चे की समान्तर चतुरभुज में सभी भुजाओं (चारों) को समान्तर बतलाना, समलम्ब में समकोणों की संभव स्थितियों का अन्वेषण इत्यादि| कक्षा में बच्चों की हर गलत प्रक्रिया या संदेह पर प्रत्युत्तर देना शिक्षक के लिए आवश्यक नहीं है| यह शिक्षक की स्वायत्ता का मामला है कि वह उसे कब और किस प्रकार सम्बोधित करें| पर हर स्थिति में शिक्षकों की तरफ से ऐसी दलील पेश करना भी कहाँ तक उचित है?

यह खंड शिक्षक-विद्यार्थियों के परस्पर अन्तर्क्रियाओं के तीन उदाहरणों पेश करता है, जिनका विश्लेषण करना इस पत्र के उद्देश्यों की प्राप्ति के लिए उचित हैं| इन उदाहरणों का विश्लेषण एक-एक करके चुने गए सैद्धांतिक रूपरेखा के मद्देनज़र किया गया है।

परिदृश्य 1

कक्षा की शुरुआत पिछले पाठ में चतुर्भुजों के प्रकारों पर हुई चर्च की पुनरावृत्ति से हुई। शिक्षक गणित की पिछली 4-5 कालखंडों से इस पाठ को पढ़ा रहे थे। पुनरावृत्ति की समाप्ति के साथ ही शिक्षक ने विद्यार्थियों से चतुर्भुजों की गुणों के आधार पर पहचान और उनके प्रकारों में अंतर से सम्बंधित प्रश्न बनाने को कहा| विद्यार्थियों को लड़कों और लड़कियों के दो उपसमूहों में विभाजित किया जाता है और प्रत्येक उपसमूह दूसरे से एक के बाद एक सवाल पूछना शुरू करते हैं। प्रश्न पूछे गए समूह द्वारा उत्तर देने की स्थिति में शिक्षक स्वयं हस्तक्षेप करते हैं और उप-समूहों के सदस्यों के बीच मध्यस्थता करते हैं। लगभग 7-8 मिनट तक चली एक ऐसे ही शिक्षक-विद्यार्थी अन्तःक्रिया निम्नलिखित है।

1 S_b *पतंग का कोई भी कोण समकोण क्यों नहीं है?*

2 T *इस प्रश्न का उत्तर कौन देगा? अब, माचिस की तीलियों*[1] *से जो बनाया है, उसमें कर के देखो|*

3 T *माचिस से समकोण बनाकर देखो|*

4 S_{g1} *सर, पतंग नहीं बन रहा है।*

5 S_{g2} *समलम्ब बन गया|*

6 T *नहीं, एक विषमबाहु चतुर्भुज बन गया। इसे बोर्ड पर बनाकर दिखाओ।*

Sg2 शिक्षण सामग्री लेकर बोर्ड के पास आता है और शिक्षक ब्लैक बोर्ड पर सामग्री को रखकर उसकी बाहरी प्रतिलिपि बनाते हैं।

7 T *कौन सा चतुर्भुज बनता है?*

8 S_{g2} *विषमबाहु चतुर्भुज*

9 T *(पतंग की बराबर सम्मुख भुजाओं को चिन्हित करते हुए) इसको 90 अंश का बनाना है| अगर करेंगे तो टेढ़ा हो जाएगा| पतंग ही नहीं रह जाएगा| अच्छा सवाल है, बैठिए। अब, लड़के सवाल पूछेंगे।*

1 - विद्यार्थियों ने माचिस की तीलियों और साइकिल वाल्व ट्यूब (एक कम लागत वाली शिक्षण अधिगम सामग्री) का उपयोग करके विभिन्न आकृतियाँ (विशेष रूप से चतुर्भुज) बनाने पर आधारित एक गतिविधि की थी।

कक्षोपरान्त बातचीत में शिक्षक ने स्वीकार किया कि पतंग में समकोण होने की संभावना की जाँच उन्होंने पहली दफ़ा ही की थी| यह प्रश्न स्पष्ट रूप से शिक्षक की पाठ छवि (स्कोनफेल्ड, 1998, पृ० 21) में नहीं था, इसलिए हम इसे एक आकस्मिक स्थिति कह सकते हैं। पतंग एक ज्यामितीय आकृति है कि नहीं, को लेकर गणित के शिक्षक और गणितज्ञों में अक्सर विचार भेद रहता है| पाठ्यपुस्तकों में आमतौर पर पतंगों को एक अलग विषय के रूप में शामिल नहीं किया जाता है, और हमारी अवलोकनों की श्रृंखला से संकेत मिलता है कि शिक्षक आमतौर पर पाठ्यपुस्तकों में उल्लेखित चतुर्भुजों के प्रकार ही पढ़ाते हैं, जैसे कि विभिन्न प्रकार के समांतर चतुर्भुज, समलम्ब इत्यादि| यहाँ शिक्षक ने न केवल पतंग को विशिष्ट रूप से पढ़ाया था, बल्कि चतुर्भुजों के सबसे सामान्य प्रकार को भी नाम दिया था, विषमबाहु चतुर्भुज| शिक्षक को इस आकस्मिक स्थिति का ऐहसास हुआ| उन्होंने इसका अन्वेषण करने के लिए अपने प्रपांतरण (transformative) ज्ञान (रॉलैंड, 2005, पृ० 261) का प्रयोग किया| अन्वेषण के लिए उन्होंने एक विद्यार्थी को सामने आकर पेंचों से कसी लकड़ियों और धागों से बनी पतंग के मॉडल में बदलाव कर कहीं समकोण बनाने की कोशिश करने के लिए कहा| सामूहिक रूप से पूरी कक्षा आश्वस्त हो जाती है कि ऐसा करते ही आकृति विकृत हो जाएगी, पतंग नहीं रह जाएगी| हम देखते हैं कि तात्कालिक रूप से स्थिति की गणितीय क्षमता पर निर्माण करने में कक्षा असमर्थ रही| शिक्षक ने आकस्मिक स्थिति की क्षमता को पहचाना, लेकिन अन्वेषण के लिए प्रयोग में अपनाई गई प्रक्रिया, समस्या की प्रकृति सही से निकल कर नहीं ला सकी|

परिदृश्य 2

यह उसी कक्षा प्रक्रिया के दौरान एक अन्य विद्यार्थी द्वारा पूछा गया प्रश्न है| यहाँ प्रस्तुत अंश बातचीत का केवल वह हिस्सा है जो वर्तमान रूचि का विषय है।

1 T *अब, बताओ कि समांतर चतुर्भुज क्या है।*

2 S_{g1} *यदि आयत के चारों कोणों को बदल दें तो वह समांतर चतुर्भुज हो जाता है।*

3	T	*कोई और जवाब?*
4	S_{b1}	*इसके सभी कोण 90 अंश के होते हैं।*

T अस्वीकृति देते हुए छात्र द्वारा कही गई बात को दोहराते हैं।

5	S_{b2}	*आमने सामने की भुजा बराबर होती है|*
6	T	*वह तो आयत, वर्ग और समचतुर्भुज में भी होता है| तो कैसे बताएँ?*
7	S_{g2}	*जिसमें आमने सामने की रेखा बराबर और समान्तर होती है|*
8	S_{g3}	*जिसकी भुजाओं की लम्बाई काअंतर समान हो|*
9	T	*मतलब आमने सामने की भुजा बराबर है, बता रहे हो| और सोचो|*
10	S_{g4}	*ऐसा चतुर्भुज जिसकी आमने सामने की भुजाएँ समांतर हों पर कोण 90 अंश के न हों|*
11	T	*हाँ बहुत अच्छे| इसका जवाब थोड़ा लम्बा है|*

जिस तरह शिक्षक ने S_{g4} की प्रतिक्रिया को स्वीकृति देकर उसकी सराहना की और बातचीत को समाप्त किया, ऐसा प्रतीत हुआ जैसे वह समांतर चतुर्भुज की 'सर्वोत्तम ' परिभाषा हो। ऐसा प्रतीत होता है कि शिक्षक समांतर चतुर्भुज की एक विशिष्ट परिभाषा की तलाश में थे क्योंकि उन्होंने S_{g1}, S_{b1}, S_{b2}, S_{g2} और S_{g3} द्वारा पिछली तीन संबंधित प्रतिक्रियाओं को नजरअंदाज कर दिया और इनमें से किसी भी कथन का सार्थक रूप से अन्वेषण नहीं किया। यहाँ शिक्षक विद्यार्थियों द्वारा कहे गए कथनों के बीच गहरे संबंधों को उभारने के लिए इनके निहितार्थ का न्वेषण जाँच द्वारा किया जा सकता था| समांतर चतुर्भुज की कुछ समान परिभाषाओं को अगले प्रश्न पर जाने से पहले अन्वेषण के विषय के रूप में लिया जा सकता था। इसलिए, यह गणितीय जाँच की क्षमता का ऐहसास न होने के कारण छूटे हुए अवसर का मामला है। हालांकि, आकस्मिक शब्द के विशुद्ध अर्थ में, यह स्थिति आकस्मिक नहीं है, क्योंकि शिक्षक के अनुसार सभी प्रतिक्रियाएँ उनके अवलोकन क्षेत्र (observations space) (रॉलैंड और ज़्ज़िक्स, 2013, पृ० 140) के अंदर आई हैं।

S_{g1} की प्रतिक्रिया माचिस की तीलियों वाली सामग्री का उपयोग करते हुए विद्यार्थियों के अनुभवों से जनित प्रतीत होती है। किसी आयत के कोणों को कई अलग-अलग तरीकों से बदला जा सकता है, लेकिन हेरफेर (manipulation) का केवल एक विशेष संयोजन ही समांतर चतुर्भुज बना सकता है। गहरी समझ बनाने के लिए हेरफेर के तरीकों के विभिन्न ऐसे संयोजनों का अन्वेषण किया जा सकता था।

S_{b1} (सभी कोण समकोण) की प्रतिक्रिया समांतर चतुर्भुजों के एक विशिष्ट प्रकार (आयत) की संकल्पना की ओर इंगित करती है, जिसे शिक्षक द्वारा न तो चुनौती दी गई और न ही कोई स्पष्टीकरण किया गया। S_{b2} और S_{g2} द्वारा बताई गई परिभाषाएँ गणितीय रूप से सुसंगत हैं और स्वीकृति के पात्र थे| उन्हें भी शिक्षक द्वारा विश्लेषित किया जा सकता था। एकाधिक परिभाषाओं की स्वीकृति और अन्वेषण पर बल, इन विचारों के साथ प्रतिध्वनित होता है - "एक सही उत्तर के अत्याचार से स्कूली गणित को बचाना" (एनसीएफ आधार पत्र, 2006, पृष्ठ 6)।

छात्रा S_{g3} की प्रतिक्रिया जटिल है और इसे केवल प्रत्युत्तर प्रश्नों द्वारा ही समझा जा सकता है| यह स्पष्ट रूप से एक चूक हुआ अवसर है क्योंकि शिक्षक ने इसे अलग तरीके से व्यक्त तो किया पर छात्र अपनी बात दोबारा रख नहीं सकी। शिक्षक केवल कथन का सरलीकरण कर देते हैं और छात्र S_{b2} द्वारा दी गई प्रतिक्रिया के समान ही ठहरा देते हैं। छात्रा S_{g4} पाठ्यपुस्तकों में दी गई मानक परिभाषा बताती है, लेकिन वह एक अतिरिक्त शर्त जोड़ देती है कि प्रत्येक कोण समकोण नहीं हो सकते हैं। समान्तर चतुर्भुजों की यह एक अनन्य (exclusive) परिभाषा (डीविलियर्स, 1994, पृ० __) है, जो आयतों और वर्गों को समांतर चतुर्भुज के विशेष प्रकारों के रूप में शामिल नहीं करती है।

हालाँकि, इनमें से कुछ परिभाषाओं को केवल निगमनात्मक तर्क द्वारा 'त्रिभुजों की सर्वांगसमता' की अवधारणा (जो कि पाठ्यक्रम में आगे चल कर आने वाला प्रसंग है) के इस्तेमाल से ही सिद्ध किया जा सकता है, फिर भी ऐसे अन्वेषण विद्यार्थियों को 'आवश्यक और पर्याप्त' परिस्थितियों को सत्यापित करने और और प्रमाण के निर्माण के लिए उत्तम मार्ग प्रदान कर सकते हैं| चतुर्भुजों की श्रेणियों के माध्यम से गणितीय निश्चरता को सीखने का अच्छा अवसर प्राप्त होता है|

परिदृश्य 3

नीचे दिया गया अंश भी उसी कक्षा से लिया गया है| पर, यह केवल इस विशिष्ट कक्षा वार्तालाप का प्रतिनिधित्व न करते हुए बहुत से अन्य विद्यालयों में भी समान्तर रेखाओं के विषय में होने वाली वार्तालापों से सारगर्भित है| समतल में रेखाओं में समानांतर रेखाओं पर, हिंदी भाषाई क्षेत्रों में होने वाली प्रारूपी संवादों में से इस बातचीत को प्रतिनिधि के रूप में चुना गया है। एक चतुर्भुज समलम्ब होने का दावा करते हुए, एक छात्रा कहती है:

1 S_{g1} *उसकी भुजाओं का एक जोड़ा समान्तर है|*

शिक्षक एक लड़के को ब्लैक बोर्ड पर आने के लिए कहते हैं और S_{g1} द्वारा दावा किए गए समान्तर भुजाओं की जोड़ी की पहचान करने को कहते हैं।

2 S_{b1} कोई भी नहीं|

3 T कैसे पता चला?

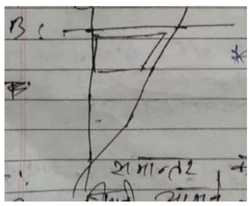
4 S_{b2} लम्बाई अलग-अलग है|

5 T समान और समान्तर अलग-अलग हैं|

T क्षैतिज दिशा में बोर्ड पर दो समान्तर रेखाएं खींचते हैं और दूसरे विद्यार्थी को बुलाते हैं।

6 T इन दोनों को बढ़ाओगे तो क्या होगा? कोई मदद करो इसकी| बता कौन-कौन से समान्तर हैं?

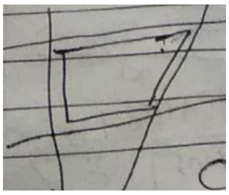
S_{b3} चतुर्भुज के किनारे-किनारे रेखाखण्डों को खींचता है, जैसा कि नीचे चित्र में दिखाया गया है।



7 T समान्तर क्या है, समझते हो?

8 S_{b3} जिसकी आमने सामने की भुजा बराबर हो|

T दूसरे छात्र को यह दिखाने के लिए बुलाते हैं कि कौन सी भुजाएँ समान्तर हैं और क्यों? Sb2, Sb3 और Sb4 अब कक्षा के सामने खड़े हैं। Sb4 भी नीचे दिखाए गए चित्रानुसार चतुर्भुज के किनारे-किनारे रेखा खंड खींचता है।



9	T	क्यों हैं समान्तर?
10	S_{b4}	यह आपस में प्रतिच्छेद नहीं करते हैं|
11	T	अब समझ आया?

लंबे समय तक कक्षा अवलोकनों के आधार पर यह देखा गया कि बहुत से शिक्षक समान्तर रेखाओं की अवधारणा को समझाने के लिए रेलवे की पटरियों का उदाहरण का बार-बार प्रयोग करते हैं। इस अवधारणा से बच्चों का परिचय कराने में शिक्षकों का उदाहरण संग्रह (examples space) सीमित लगा। यह धारणा कि समान्तर रेखाएँ एक-दूसरे को नहीं काटती हैं, भी प्रचलित हैं| हिंदी (इन परिदृश्यों में अधिगम-शिक्षण की भाषा) में 'समान्तर' का शाब्दिक अर्थ है 'समान दूरी'। हालांकि, यह शब्द स्व-व्याख्यात्मक है और समान्तर की अवधारणा के लिए गणितीय रूप से भी तर्क सम्मत है, जिस समान दूरी के बारे में बात की जा रही है, वह गौण है, स्पष्ट नहीं है|

इस परिदृश्य में, कलाकृतियों का उपयोग किया जा रहा है, कक्षा में संवादात्मक अवसरों का सह-निर्माण किया जा रहा है जहाँ अभ्यासों के लिए सुरक्षित स्थान की संकल्पना हो सके, लेकिन विद्यार्थी अभी भी समान्तर की अवधारणा को लेकर स्पष्ट नहीं हैं। शिक्षक समान्तर रेखाओं की विशेषताओं पर चर्चा के लिए सम्भावनाएँ खोलते हैं, लेकिन उस चर्चा के द्वारा गणितीय अवधारणा की गहरी समझ का निर्माण नहीं हो पाया है|

निष्कर्ष

किसी भी जीवन्त कक्षा में ऐसी स्थितियाँ पैदा हो सकती हैं जिसकी कल्पना शिक्षक द्वारा औपचारिक या अनौपचारिक रूप से बनाई या सोची गई शिक्षण योजना में नहीं की गई हो| अकसर ऐसे अवसर विद्यार्थियों की स्वच्छंद अभिव्यक्ति और शिक्षकों की गणितीय जाँच की प्रक्रियाओं के प्रति प्रतिबद्धता से उत्पन्न हो पाती हैं| ऐसी आकस्मिक स्थितियों में अधिगम इस बात पर निर्भर करता है कि शिक्षक किस प्रकार कक्षा में चल रहे संवाद को आगे लेकर जाते हैं| शिक्षक और विद्यार्थियों द्वारा अपनाए गये तात्कालिक कदम गणित विषय के प्रति उनकी मान्यताओं और मनोवृत्तियों को प्रभावित करते हैं|

आकस्मिक स्थितियों की प्रकृति में ही यह बात निहित है कि शिक्षकों द्वारा इन परिस्थितियों में सार्थक रूप से प्रतिक्रिया देने के लिये निरंतर तैयारियों और स्वयं को अद्यतन रखने की आवश्यकता है| गणित शिक्षण शोधकर्ताओं और शिक्षक-शिक्षकों द्वारा शिक्षण शास्त्रीय पद्धतियों पर पुनर्विचार करने के लिये ऐसी स्थितियों की प्रकृति के विश्लेषण मूल्यवान हो सकते हैं| जिन विद्यालयों में आइ०सी०टी० प्रयोगशाला की उपलब्धता है, इनके प्रभावी निवारण के लिए आइ०सी०टी० का प्रयोग करना प्रासंगिक और लाभप्रद मालूम पड़ता है|

गणितीय वस्तुओं के गुणों पर विभिन्न बाध्यताओं को लगाकर, फल स्वरुप हुए गणितीय निश्चरता (mathematical invariance) का अन्वेषण करना, इस पत्र का लब्बो-लुबाब है| संबंधित विद्यालय में उपलब्ध बुनियादी ढांचे और

आईसीटी की सुविधाओं की मौजूदगी का संज्ञान लेते हुए, मुफ्त डायनेमिक और इंटरैक्टिव सॉफ्टवेयर एप्लीकेशन जैसे GeoGebra के प्रयोग की हिमायत करना लाज़मी हो जाता है| ऐसे सॉफ्टवेयर बच्चों को ज्यामितीय आकृतियों की मानक स्थिति में जाँच करने के अवसर देता है| साथ ही आकृतियों को आसानी से परिवर्तित किये जाने के कारण बहुत से सिद्धांतों की जाँच आसानी से हो जाती है|

शोध की सीमाएँ

जिन विद्यार्थियों ने कक्षा की बातचीत के इन अंशों में प्रतिभाग किया, उनसे विभिन्न कारणों से इस शोध के उद्देश्यों के लिए साक्षात्कार नहीं हो सका। हर शिक्षण प्रकरण को चूके अवसरों की रोशनी में देखा जा सकता है। ऐसा अक्सर होता है जब शिक्षक किसी पाठ के दौरान किसी अवधारणा के विस्तार को स्थगित करने का सचेत निर्णय लेते हैं। शिक्षक के कार्यों और विद्यार्थियों की प्रतिक्रियाओं के विश्लेषण को केवल आलोचना के रूप में नहीं देखा जाना चाहिए, बल्कि शिक्षक पेशेवर विकास के लिए अंतर्दृष्टि के रूप में, विशेष रूप से ज्यामितीय तर्क के क्षेत्र में, देखा जाना चाहिए| इसे विशेष रूप से गणितीय जाँच, प्रमाणों को विकसित करने की यात्रा के चरण के रूप में देखा जा सकता है। शिक्षक ने पुनर्शिक्षण के द्वारा इन बातों को कक्षा में सम्बोधित किया होगा जिसकी विस्तृत जानकारी शोधकर्ता के पास नहीं है|

उद्धरण

De Villiers, M. (1994). The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals. For the Learning of Mathematics, 14(1), 11-18.

De Villiers, M. (2007), Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, Volume 35, 2004 - Issue 5.

National Council for Educational Research and Training (2006). Position paper of national focus group on teaching of mathematics. New Delhi: NCERT.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: The Knowledge Quartet and the case of Naomi, Journal of Mathematics Teacher Education (2005) 8:255–281 Springer.

Rowland, T., & Zazkis, R. (2013). Contingency in the Mathematics Classroom: Opportunities Taken and Opportunities Missed, Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 13:2, 137-153.

Rowland, T., Huckstel, P., Thwaites, A. (2003) The Knowledge Quartet: Tim Rowland, Peter Huckstep and Anne Thwaites, University of Cambridge.

Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context.